

Pap Margit “Hyperbolic Wavelet Transforms and Applications” Absztrakt

Az értekezés fő témája waveletek és multirezolúciós analízis konstruálása analitikus függvények tereiben. Az 1980-as évek egyik legfontosabb matematikai teljesítménye a waveletek bevezetése. Nemcsak elméleti, hanem az alkalmazások szempontjából is igen fontos matematikai eredmények születtek, az elmélet forradalmasította a jelfeldolgozás és alakfelismerés területeit.

A valós számok halmazán négyzetesen integrálható függvények halmazában a waveletek egyetlen alkalmas függvényből transzlációval és dilatációval állíthatóak elő. Megmutatták, hogy analitikus függvények tereiben lehetetlen ezen a módon szerkesztett kis tartójú függvényekkel dolgozni, ezért a transzláció, és dilatáció által generált affin csoporton a teljes wavelet program kivitelezése az analitikus függvények tereiben nehézségekben ütközik és bizonyos dolgok nem is valósíthatóak meg. Ezekkel a témákkal intenzíven foglalkoznak a szakirodalomban, elég csak Meyer (Ábel díj 2017), Daubechies, Feichtinger, Gröchenig, Schipp, Weisz munkásságára utalni.

A disszertáció fő eredményei szerint, ha az affin csoport helyett a Blaschke csoport művelet generál waveleteket, akkor a Hardy- és (súlyozott) Bergman-terekben a program jó része végrehajtható, sőt a megkonstruált analitikus waveletek néhány nagyon szép további tulajdonsággal is rendelkeznek, amelyek nem voltak a klasszikus elméletben.

A Blaschke csoport egység körlapon értelmezett Hardy térre vett reprezentációja által generált hiperbolikus wavelet transzformált diszkretizációja által generált multirezolúció speciális pólusú Malmquist- Takenaka rendszerekkel írható le. Ezen kívül igazolja, hogy a reprezentáció mátrix elemeit a Zernike függvényekkel lehet kifejezni. Ebből levezeti a Zernike függvényekre vonatkozó addíciós formulát. A multirezolúció szintjeire vett projekciós operátor felírható pontosan, ha a függvényt mérik egy megadott pontrendszeren és egyben interpolációs operátor is.

Zernike-függvényeket az optikában, a szem hibáinak leírására is használják. Ezek kifejezhetőek a Zernike-függvény szerinti sorfejtés együtthatói segítségével. Az együtthatók approximálására különböző mérési eljárásokat javasoltak, így merült fel a Zernike-függvények diszkrét ortogonalitásának kérdése, amelyet megold.

A multirezolúciós eljárást a fél síkon vett Hardy-térre valamint az egységkörön vett (súlyozott) Bergman- téren is bevezeti és vizsgálja a tulajdonságait. Új atomos felbontást vezet be ez utóbbi térben.